**Лекція 2. Системи числення**

Система відображення будь-яких чисел за допомогою обмеженої кількості символів називається **системою числення**. Символи, що використовуються в системі числення звуться **цифрами**.

Існують різні системи числення i від їх особливостей залежить наочність уявлення числа за допомогою цифр та складність виконання арифметичних операцій.

Якщо в системі числення кожній цифрі в будь-якому місці числа відповідає одне й теж значення - кількісний еквівалент, то така система числення називається **непозиційною**. Таким чином, для непозиційних систем числення місцезнаходження цифри в запису числа не відіграє ніякої ролі. Наприклад: римська система числення, в якій використовуються римські цифри І, V, X, L, C , M.

1, 5, 10, 50, 100, 1000.

При цьому вага цифри не залежить від її місцезнаходження в запису числа, а знак залежить. Якщо цифра з меншою вагою стоїть по ліву сторону від цифри з більшою вагою, то її знак ‘-‘ , а якщо цифра з меншою вагою, стоїть по праву сторону від цифри з більшою вагою, то її знак ‘+’.

Недоліки непозиційних систем числення полягають в труднощах запису в таких системах великих чисел та в труднощах виконання арифметичних операцій.

В комп’ютерній техніці використовують позиційні системи числення. Система числення називається **позиційною**, якщо одна й таж цифра має різне значення, яке визначається її позицією в послідовності цифр, що відображають число. Нехай, ми маємо число в вигляді

Xn Xn-1 ... X1 X0 X-1 X-2 ,

тоді в будь-якій позиційній системі, це число являє собою суму степенів основ, що помножено на відповідні цифри числа

Xn pn + Xn-1 pn-1 + ...+ X1 p1 + X0p0 + X-1p-1 + X-2p-2 + ...

де p-основа системи числення.

Якщо основа рівна 10 - то маємо десяткову систему числення, якщо 8 - то вісімкову систему числення, якщо 2 - то двійкову систему числення, якщо 16 - то щістнадцяткову систему числення.

Для прикладу число 555 в десятковій системі числення можна записати, як

555= 5\*102 + 5\*101 + 5\*100 0...9

Для запису чисел в вісімковій системі числення використовують вісім цифр 0 ... 7 Число вісім (основа системи) записується в вигляді 10 (читається "один" "нуль"). Наприклад 69 (10) = 1\*8 2 + 0\*81 + 5\*8 0 = 105(8) .

Мінімальна кількість цифр, яку можливо взяти в системі числення рівна двом. Ця система числення має дві цифри 0 та 1 і називається двійковою. Ця система числення використовується для побудови комп’ютерів будь-якого класу. Причиною є двійкова природа елементів обчислювальної техніки. Найпростіші елементи обчислювальної техніки можуть мати два стани[[1]](#footnote-1) (ввімкнене - вимкнене, наявність або відсутність електричного потенціалу на вході або виході елементу). Звичайно, наявність одного із станів позначають 1 й називають **логічною одиницею**, а протилежний стан - **логічний нуль** - це для позитивної логіки.

В ряді випадків використовують негативну логіку, інверсну (наявність - 0, відсутність -1).

Число, яке записується або 1-ю або 0-ем називається **однорозрядним** **двійковим числом** або **двійковою цифрою** або **бітом** (binary digit- двійкова одиниця). Одиницею вимірювання комп’ютерної інформації є байт (byte), що дорівнює 8 бітам, відповідно напівбайт ніблл - це 4 біти. Більш крупні одиниці вимірювання об’ємів інформації наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

|  |  |
| --- | --- |
| 1 024 (210) байта | кілобайт, Кбайт |
| 1 048 576 (220) байт | мегабайт, Мбайт |
| 1 073 741 824 (230) байта | гігобайт, Гбайт |
| 1 099 511 627 776 (240) байт | терабайт, Тбайт |
| 1 125 899 906 842 620 (250) байт | петабайт, Пбайт |
| 1 152 921 504 606 850 000 (260) байт | екзабайт, Ебайт |

Із табл.2.1 видно, що система вимірювання об’ємів комп’ютерної інформації відрізняється від метричної: одиниці з приставками “кіло”, “мега” і т.д. отримують шляхом множення основної одиниці не на 1000, а на 1024, тобто 210. Мегабайт – це 1024 Кбайт, а гігобайт – 1024 Мбайт. Так чи інакше, пам’ятайте: 100000000 байт – це не 100 Мбайт, а приблизно 96![[2]](#footnote-2)

Байтами можна кодувати букви і цифри (ASCII- код – American Standard Coding for Information Interchange, вимовляється “аскі”), а також натуральні числа від 0 до 255 або цілі – від -128 до 127. Для МП INTEL 8080 машинне слово якраз і складається з 8 послідовних бітів, а відповідно напівслово ніблл з 4-х бітів.

А ось 2 байти, тобто 16 біт, складають *слово* для 16 – розрядних процесорів. 216 дорівнює 65536, означає, що 16 – розрядним словом можна відобразити натуральні числа від 0 до 65535 або цілі від -32768 до 32767. Комп’ютери, що використовують 32 – розрядні числа, можуть працювати з 32 – бітовими *подвійними словами*. Існує система кодування символів 16 – бітовими словами – UNICODE. За допомогою 65536 символів кодуються всі символи світових алфавітів. UNICODE підтримують всі сучасні версії ОС сімейства Windows.

Переваги такої системи:

1. Економія (в 2-1 тригер, в 10-10 тригерів).

2. Дуже проста арифметика

1. Можливо застосувати функції логіки.

Приклад:

69(10) = 1\*2 6 + 0\*2 5 + 0\*2 4+ 0\*2 3 + 1\*2 2 + 0\*21 + 1\*20 = 1000101(2).

Формат байту з індексацією бітів і вагою наведено на рис.2.1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |

128 64 32 16 8 4 2 1

Рис.2.1

В шістнадцятковій системі числення для відображення чисел використовується 16 цифр: 0...15. При цьому, щоб одну цифру не відображати двома символами вводять спеціальні позначення для цифр, які більші за 9. В якості шести символів використовують букви латинського алфавіту:

A , B , C , D , E , F і відповідно їм

10 , 11 , 12 , 13 , 14 , 15 тобто

2683(D) = 10\*162 + 7\*161 + 11\*160 = A7B(H).

Для переводу перших 15 чисел можна використовувати таблицю 2.2, яку кожен програміст повинен знати напам’ять!!!!!!

Таблиця 2.2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Десяткова (D) | Двійкова (В) | Вісімкова (Q) | Шістнадцяткова (H) | B/D формат |
| 0 | 0000 | 0 | 0 | 0000 |
| 1 | 0001 | 1 | 1 | 0001 |
| 2 | 0010 | 2 | 2 | 0010 |
| 3 | 0011 | 3 | 3 | 0011 |
| 4 | 0100 | 4 | 4 | 0100 |
| 5 | 0101 | 5 | 5 | 0101 |
| 6 | 0110 | 6 | 6 | 0110 |
| 7 | 0111 | 7 | 7 | 0111 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 | 1000 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 | 1001 |
| 10 | 1010 | 12 | A | 0001 0000 |
| 11 | 1011 | 13 | B | 0001 0001 |
| 12 | 1100 | 14 | C | 0001 0010 |
| 13 | 1101 | 15 | D | 0001 0011 |
| 14 | 1110 | 16 | E | 0001 0100 |
| 15 | 1111 | 17 | F | 0001 0101 |

**Пеpевод чисел із однієї системи числення в іншу**

Так як основи восьми і шістнадцяткової систем числення відображаються цілим степенем двох ( 8=23, 16=24 ), то для переводу з вісімкової системи в двійкову достатньо кожну цифру вісімкового числа представити тpьохpозpядним двійковим числом - тpиадою.

762,35(Q) = 111 110 010,011 101(B) (8)🡪(2)

Пеpевод шістнадцяткового числа в двійкову систему відбувається, коли кожну цифру цього числа представити чотиpьохpозpядними двійковими числами - тетpадами.

A7B,C7(H) = 1010 0111 1011, 1100 0111(B) (16)🡪(2)

При зворотному переводі чисел із двійкової системи в восьми та шістнадцяткову системи число розбивають на тpиади і тетpади, а неповні крайні тpиади і тетpади доповнюють нулями. (2)🡪 (8,16)

При перетворені десяткових чисел в двійкові ціла частина послідовно ділиться на 2, а дробова - множиться на 2. При цьому необхідно задавати точність.

Наприклад 30,6(D) з точністю до 4-го знаку.

30 : 2 = 15 : 2 = 7 : 2 = 3 : 2 = 1 (10)🡪(2),(8),(16)

залишок 0 залишок 1 залишок 1 залишок 1

30(D)=11110(B)

0,6 \* 2 = 1,2 0,2 \* 2 = 0,4 0,4 \* 2 = 0,8 0,8 \* 2 = 1,6

0,6 (D) = 0,1001(B)

30,6(D) =11110,1001 (B)

По наведеному алгоритму відбувається перетворення чисел із десяткової системи числення в вісімкову і шістнадцяткову.

При зворотному переводі:

1-й спосіб складається степеневий ряд з основою системи, із якої число переводиться. Потім підраховують значення суми.

Приклади,

100110(2) = 1\*25 + 0\*24 + 0\*23 + 1\*22 + 1\*21 + 0\*20 = 38(10).

56(8) = 5\*81 + 6\*80 = 46(10) .

12(16) = 1\*161  + 2\*162 = 18(10).

2-й спосіб (рис.2.2) спочатку для перших чисел знаходиться добуток старшого розряду числа на основу вихідної системи числення, до якого додається наступна цифра числа, що переводиться. Потім отримана сума також множиться на основу, до отриманого добутку додається наступна цифра і т.д. Остання операція “+”.

Аналогічно переводиться й дробова частина, з тією лише різницею, що для множення використовується величина, зворотна основі. Остання операція “\*”.

1 1 0 1, 1 0 1(2) = 13,625(10) (2) 🡪 (10)

\*2 \*0,5

1. 0,5

+1 +0 .

1. 0,5

\*2 \*0,5

1. 0,25

+0 +1 .

1. 1,25

\*2 \*0,5 .

1. 0,625

+1

13

Рис.2.2

1. Електрона лампа може бути включеною або виключеною, магнітний сердечник – намагнічений за або проти годинникової стрілки, позиція на перфокарті або перфострічці може бути пробитою або не торкнутою. [↑](#footnote-ref-1)
2. Виробники комп’ютерної техніки часто використовують цю обставину з рекламною метою. Так, фірма IOMEGA, що виготовляє популярні носії Zip 100 і Zip 250, характеризує їх як носії ємністю відповідно 100 і 250 Мбайт, маючи на увазі 100 і 250 млн. байт, тобто приблизно 96 і 239 Мбайт. [↑](#footnote-ref-2)